

PROGRAMMA di Matematica

DOCENTE: Prof.ssa Loredana Veccia

ANALISI IN UNA VARIABILE REALE

FUNZIONI

Definizione di funzione reale in una variabile reale.

Classificazione delle funzioni reali in una variabile reale: algebriche razionali intere e fratte, irrazionali intere e fratte, trascendenti (esponenziali, logaritmiche, goniometriche).

Dominio di funzioni algebriche razionali ed irrazionali.

Simmetria di una funzione algebrica razionale rispetto all'asse y (funzione pari) o rispetto all'origine degli assi (funzione dispari).

Intersezioni di una funzione algebrica razionale con gli assi cartesiani. Segno di una funzione algebrica razionale.

LIMITI E CONTINUITA'

Intervalli reali, intorno di un punto x_0 , intorno circolare di raggio r del punto x_0 , intorno di $\pm\infty$, punti di accumulazione, punti isolati.

Definizioni di limite di una funzione: limite finito per x che tende ad un valore finito; limite destro e sinistro; limite infinito per x che tende ad un valore finito; limite finito per x che tende all'infinito; limite infinito per x che tende all'infinito.

Teoremi sui limiti: unicità, somma, prodotto, quoziente (senza dimostrazione). Forme indeterminate $0/0$, ∞/∞ , $\infty-\infty$.

Calcolo di limiti di funzioni algebriche razionali ed irrazionali.

Asintoti verticali, orizzontali, obliqui.

Continuità di una funzione in un punto ed in un intervallo.

Punti singolari di seconda specie e di terza specie (o singolarità eliminabile); punti singolari di prima specie (punti di "salto") in semplici funzioni algebriche razionali definite per casi.

Teoremi delle funzioni continue: Teorema degli zeri (o di Bolzano), Teorema di Weierstrass, Teorema dei valori intermedi (o di Darboux).

DERIVATE

Definizione di derivata di una funzione in un punto; interpretazione geometrica della derivata.

Derivate delle funzioni elementari algebriche.

Teoremi di derivazione: teorema della somma, del prodotto, del quoziente, della funzione composta.

Calcolo di derivate di funzioni algebriche razionali ed irrazionali.

Calcolo della retta tangente una funzione in un punto.

Derivata del secondo ordine.

Derivabilità di una funzione in un punto ed in un intervallo. Teorema di derivabilità-continuità.

Derivata destra e derivata sinistra in un punto.

Teorema del limite della derivata.

Punti di non derivabilità di una funzione continua: definizione di punto angoloso, cuspide, flesso a tangente verticale. Semplici esempi utilizzando il teorema del limite della derivata: punto angoloso per funzioni del tipo $y=|x-a|$ in $x_0=a$; cuspide per funzioni del tipo $y = \sqrt[3]{x^2}$ in $x_0=0$; flesso a tangente verticale per funzioni del tipo $y = \sqrt[3]{x}$ in $x_0=0$.

Applicazioni della derivata in fisica: velocità istantanea, accelerazione istantanea, intensità della corrente elettrica.

OTTIMIZZAZIONE

Definizione di funzione monotona crescente e monotona decrescente in un intervallo.

Definizione di punto di massimo relativo e di minimo relativo.

Definizione di punto di massimo assoluto e di minimo assoluto.

Teorema di Fermat (condizione necessaria per avere un punto di estremo relativo) con dimostrazione geometrica. Punti stazionari di una funzione. Criterio di monotonia per le funzioni derivabili (senza dimostrazione). Criterio per l'analisi dei punti stazionari mediante lo studio del segno della derivata prima (condizione sufficiente per avere un punto di estremo relativo).

Definizione di funzione convessa o concava in un intervallo.

Definizione di punto di flesso. Flessi a tangente orizzontale ed obliqua.

Condizione necessaria per avere un punto di flesso. Criterio di concavità e convessità per funzioni derivabili due volte. Condizione sufficiente per avere un punto di flesso.

Ricerca degli intervalli di monotonia, massimi e minimi relativi, intervalli di convessità e concavità, flessi a tangente orizzontale od obliqua di una funzione algebrica razionale.

Ottimizzazione di funzioni economiche: le funzioni costo totale, costo medio (o unitario), costo marginale; le funzioni ricavo totale, medio, marginale; la funzione guadagno; semplici problemi di ricerca del minimo costo medio e del massimo guadagno.

STUDIO DI UNA FUNZIONE

Studio di una funzione algebrica razionale: dominio; eventuale simmetria rispetto all'asse y o rispetto all'origine degli assi; intersezione con gli assi; segno della funzione; limiti ed eventuali asintoti; intervalli di monotonia; massimi e minimi relativi; intervalli di convessità e concavità; flessi a tangente orizzontale od obliqua; grafico della funzione.

Libro di testo: Leonardo Sasso - *La matematica a colori* - Ed. azzurra - Volume 5 - Ed. Petrini